

Significato, coerenza e concretezza nella didattica della matematica delle scuole cinesi

*Convegno Nazionale Incontri con la Matematica
26, 27, 28 ottobre 2012
Castel S. Pietro Terme - Italia*

Giovanni Giuseppe Nicosia
RSDDM - Università di Bologna, Italia
ISGEm

Ricordando Filippo Spagnolo

Sai contare sino a 100?

- X.W. è un ragazzino di 10 anni nato in Cina nello Zhèjiāng e trasferito a Bologna da 5 anni.
- Ogni sera per farlo addormentare il nonno gli si avvicina e gli chiede:

“Ni guei su tao i chen?”

in un dialetto delle montagne dello Zhèjiāng.

- W. si addormenta recitando la successione dei naturali in cinese mandarino

Tante lingue e tanti numerali orali

- a scuola e in generale fuori casa parla in italiano benissimo
- è in grado di capire il cinese mandarino (*pǔtōnghuà*)
- a casa con i genitori e con la sorella parla in un dialetto dello *Zhèjiāng* (lingua madre)
- col nonno materno, che viene da un'altra zona della stessa provincia, parla in un altro dialetto

Tanti numerali in una stessa lingua

- In cinese, anche nei dialetti, dato che le parole non hanno flessioni o concordanze, vige il sistema dei classificatori
- I numerali orali variano molto, in genere sono dei costrutti con una parte che varia a seconda dell'oggetto da contare

ㄇㄛˊ liǎng gè jīdàn (due uova)

ㄇㄛˊ liǎng míng nánzǐ (due uomini)

ㄇㄛˊ yī èr yī (uno due uno in senso astratto, come in un numero di telefono)

Tanti numerali scritti

- *ālābó shùzì* (cifre indo-arabe):

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sintassi posizionale in base 10

- *sistema testuale*:

○ 一 二 三 四 五 六 七 八 九 十 百 千 万

líng yī èr sān sì wǔ liù qī bā jiǔ shí bǎi qiān wàn

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 100 1000 10000

sintassi additiva e moltiplicativa: 75 = 七十五 *qī shí wǔ*

- *sistema huāmǎ*

○ | 一 || 二 ||| 三 × 𠄎 ⊥ ≡ ≡ 𠄎

sintassi posizionale in base 10: 75 = 𠄎 𠄎

Echi e convinzioni di fondo

- W. non ha una piena conoscenza di queste cose ma sa che ci sono
 - Sa che esistono molti diversi nomi e rappresentazioni dei numeri, con sintassi ed occasioni d'uso diverse
- Sottofondo in gran parte implicito di convinzioni provenienti dalla cultura familiare su:
 - Numeri
 - Matematica
 - Studio scolastico della matematica
 - Scuola in generale

La matematica è una parte della vita

- Alto valore culturale della matematica
 - Cantilena numerica del nonno (modalità contadina)
 - Giochi di somme o calcoli a mente in famiglia
 - Stima per chi sa calcolare bene
- La matematica serve nella vita
 - Nel commercio
 - Nel lavoro in generale (ristorante, lab. tessile, ...)
 - Negli studi
- La matematica è soprattutto aritmetica
 - Da una buona scuola si deve uscire in grado di fare bene calcoli difficili a mente

“La scuola deve essere difficile”

- Lo studio è molto importante
- Richiede molto impegno
- Si fanno sempre tutti i compiti
- Se necessario si studia sino a tardi
- Si sta assenti solo se si è proprio malati
- Può giustificare delle spese anche alte

Sin qui la famiglia X.

Ma quanto le dichiarazioni ed i comportamenti dei miei informatori sono generalizzabili?

Etnomatemática: studio della matematica in relazione ai gruppi sociali ed alle forme culturali

Metodi dell'etnografia:

- Reperimento di informatori e fonti (anche storiche)
- Controllo dei comportamenti
- Interviste e partecipazione alle pratiche
- Riscontri statistici
- Produzione di un resoconto scritto

In Italia

- Nella scuola italiana, a.s. 2010-11:
 - 32.691 studenti di *cittadinanza* cinese (Cina Popolare) e 711.046 studenti di cittadinanza non italiana (7,9%)
 - Molti nati in Italia o arrivati assai piccoli
- Secondo molti insegnanti
 - ³⁵/₁₇ superate le difficoltà linguistiche, sono bravi e rispettosi
 - ³⁵/₁₇ Bravi in matematica, ottimi calcolatori e risolutori di problemi
 - ³⁵/₁₇ Fanno pochi passaggi e arrivano subito ai risultati richiesti, talora per via un po' strane

In Italia

Nel 2009 l'ISTAT contava 188.352 cittadini cinesi (IV cittadinanza)

baristi, parrucchieri, ristoratori, commercianti, operai, studenti e genitori... e anche qualche insegnante

I G2 (immigrati di seconda generazione) sono sempre più integrati pur mantenendosi molto legati alle comunità ed alla lingua d'origine

- Dal punto di vista culturale la Cina entra sempre più nelle nostre vite

Contatti interculturali di vario tipo veicolati dalla globalizzazione (traffico internazionale di merci e simboli)

I campioni internazionali

- Dalla fine degli anni '90
- Ottimo piazzamento degli studenti Cinesi, Coreani, Giapponesi, di Hong Kong e soprattutto di Singapore nelle prove comparative internazionali (PISA e TIMSS)
- Buone prestazioni nella risoluzione di problemi scientifici anche non direttamente connessi con gli oggetti di studio
 - Competenze
 - Trasferibilità
 - Metacognizione (consapevolezza)

Stupore ed ammirazione nel mondo

Dibattito tra i didatti statunitensi:

- ◆ i Cinesi non usano il metodo per tentativi ed errori!
- ◆ Non praticano abbastanza *problem solving*!
- ◆ Hanno una didattica decisamente orientata al superamento degli esami!
- ◆ La critica era che i Cinesi non erano abbastanza statunitensi eppure facevano bene lo stesso

Per risollevarlo il livello degli studenti

Alcune scuole importarono programmi scolastici di matematica e libri da Singapore, che erano fatti alla cinese ma erano già in inglese

Scarsi risultati nelle classi statunitensi

Poi importarono direttamente insegnanti

Anche qui pochi risultati

Gli unici che sembravano trarne vantaggio erano gli studenti statunitensi di origine cinese

Paradosso CHC

- *Confucian Heritage Culture learner's paradox*
 - strategie di apprendimento povere
 - memorizzazione
 - ripetizione di processi semplici
 - scarsa metacognizione
 - pochi mezzi e strumenti
- Eppure
 - Ottima risoluzione di problemi complessi
 - capacità di adattamento a situazioni nuove
 - consapevolezza delle strategie
 - significato dei processi matematici

Paradosso CHC

- *Confucian Heritage Culture teacher's paradox*
 - Prassi didattiche addestrative
 - Ripetizione
 - Nozionismo
 - Memoria
 - Ambienti scolastici poco stimolanti
- Eppure
 - Risultati brillanti
 - Studenti molto competenti anche con un retroterra culturalmente povero

Merito della cultura confuciana?

- Sfondo di mentalità comune a quasi tutti i Cinesi indipendentemente dalle opinioni religiose o filosofiche
 - Valori molto sentiti dai Cinesi
 - istruzione
 - Rispetto dei Maestri
 - Impegno personale
 - aspetti culturali visti come attributi dello studente e della sua famiglia
- visione statica della cultura personale



Confucio matematico?

Negli *Analecta confuciana* la matematica compare solo in un paio di detti in cui i numeri sono chiaramente metaforici

Basterebbero questi valori se nelle scuole si facesse una cattiva didattica?

Le relazioni col contesto e le prassi didattiche non contano?

Ci sono istanze culturali più specifiche

- Grande prestigio sociale della matematica
- Tradizione antichissima di studi matematici frammisti di pratiche divinatorie (*Yì Jīng* forse II millennio p.E.v.)
- Osservazioni astronomiche a fini calendariali ed astrologici
- Applicazioni in agrimensura, idraulica, navigazione, ingegneria,...
- Importanza (variabile nel corso della storia) della matematica negli esami per accedere ad alte cariche almeno dall'epoca *Táng* (VII-X sec.)

Una matematica vicina alle necessità della gente

- Nella letteratura tradizionale grande attenzione alle prassi di calcolo (\neq Greci)
 - Bacchette da calcolo (chóu suàn)
 - Pallottoliere (suàn pán)
 - Sistemi lineari (*Nove capitoli dell'arte matematica*)



Anche grandi ricercatori vi dedicano delle opere

- Attenzione alle applicazioni concrete piuttosto che alle dimostrazioni
- Generalizzazioni attraverso esempi con vari numeri

Sistemi di rappresentazione dei numeri

- Caratteristiche dei sistemi di rappresentazione dei numeri naturali
 - Orali: intuitivi e quasi senza eccezioni
 - Scritti: nel sistema testuale sono molto vicini a quelli orali (\neq italiani)
 - Bambini sinofoni molto competenti nelle somme e sottrazioni nella II decina
 - Forse si fanno da piccoli l'idea che la matematica sia qualcosa di intuitivo e controllabile

Caratteristiche della scrittura

- Occupazione omogenea dello spazio
 - Pensiero visivo lineare \neq quadrangolare
- Combinazione di caratteri semplici per formare quelli complessi

明 (*míng* luminoso) = 日 (*rì* sole) + 月 (*yuè* luna)

- Sottofondo mentale di carattere matematico
(Spagnolo - Needham)



Interrogghiamoci sulla didattica

- Sarà vero che:
 - la didattica proposta nelle scuole cinesi è così povera, trasmissiva, mnemonica, basata su esercizi ripetitivi?
 - le scuole cinesi sono ambienti poco stimolanti?

Curriculum del 2001

- Revisione critica delle prassi didattiche
 - Vs nozionismo e pratiche trasmissive
 - Significati
 - Consapevolezza metacognitiva
- Riorganizzazione degli oggetti disciplinari
 - Risoluzione di problemi
 - Connessioni
 - Pensiero matematico
 - Creatività

(si premiano vari modi di risolvere un problema, non uno solo)

 - Applicazioni alla realtà

Scuole molto diversificate

- Scuole “chiave” fornitissime
 - Docenti preparati ed aggiornati
 - Gruppi di studio
 - Laboratori
 - Strutture bellissime

≠

- Scuole di altri livelli, sino a quelle nei villaggi rurali o per migranti interni nelle grandi città







Tempi ben calibrati

In molte scuole si fanno:

- 6 ore al giorno di lezioni in aula
- “ore” di 45' o 50'
- Almeno 10' di stacco tra l'una e l'altra
- Un intervallo più lungo dopo le prime 3 in cui si pranza
- pomeriggi dedicati a “gruppi di studio” coordinati da docenti della scuola o laboratori opzionali
- Serate dedicate ai tanti compiti e studio individuale
- Lezioni da lunedì al venerdì
- Spesso sono convitti, campus o altre forme residenziali

Le lezioni di matematica

- Rituali molto precisi (il docente entra, si saluta, si controllano i compiti,...)
- Continue domande dell'insegnante alla classe e risposte per alzata di mano
- Classi di 45 o 50 studenti silenziosissimi e molto partecipi
- Grande ricorso a schemi, diapositive, disegni
- Le lezioni sono preparate dettagliatamente, in molti casi collegialmente

Rituali

- Comportamenti ripetitivi
- Aspettative reciproche (contratto didattico)
- Solitamente sono impliciti ma talora li esplicitiamo
- In Cina molti sono esplicitati
- Sono rassicuranti: si sa sempre che cosa accadrà

Gradualismo

- Schema tipico di lezione:
 - Correzione dei compiti
 - Ripasso
 - Esercizi
 - Introduzione di una piccola novità
 - Esercizi in cui si tenta di connetterla a quanto si conosce già
- In questo modo si costruiscono facilmente legami di significato
- Gli oggetti disciplinari appaiono in relazione
- Occorrono tempi lunghi ma la lezione può essere densa

Gradualismo

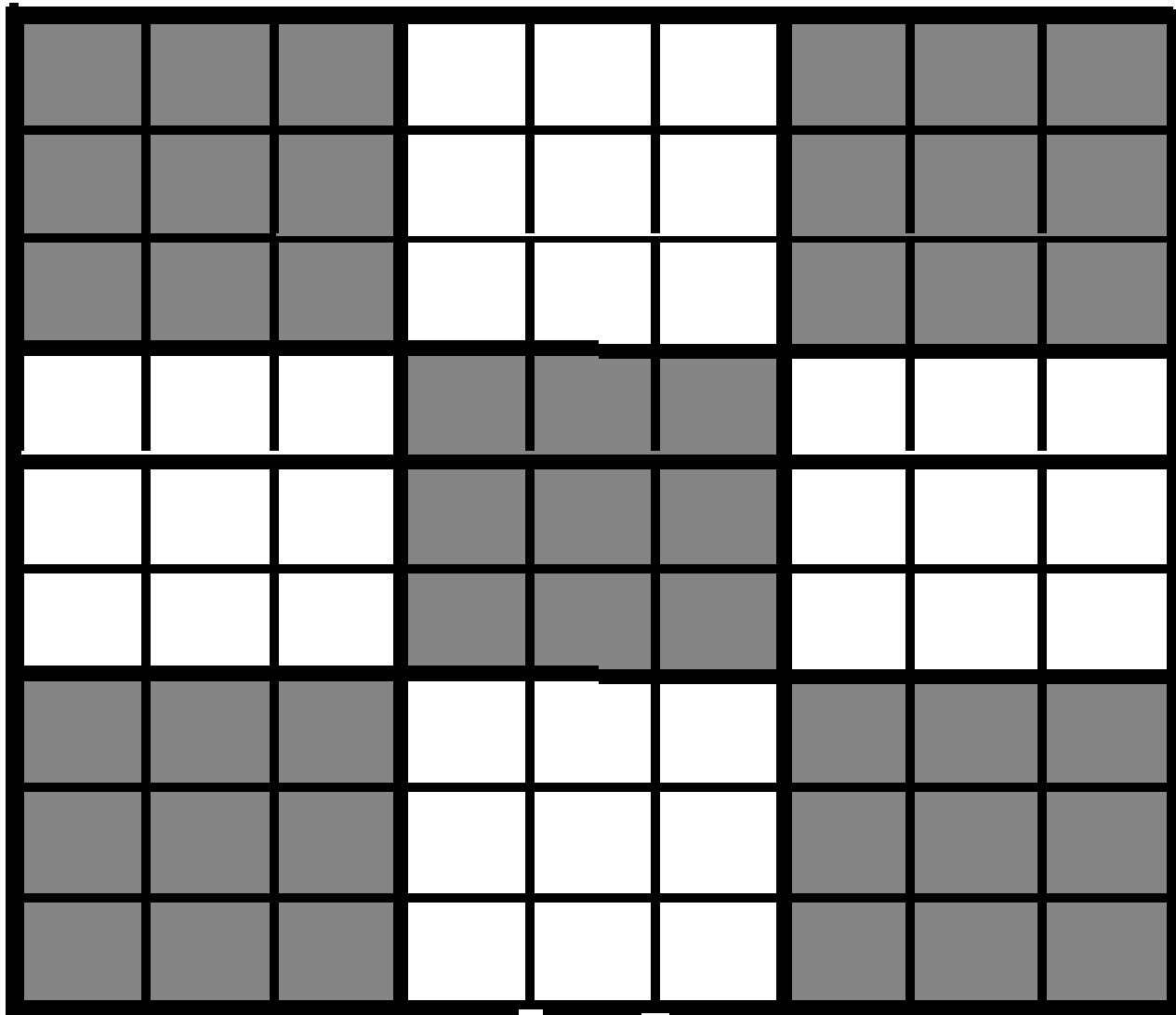
- Esempio: equazioni di II grado in \mathbb{R}
 - Ripasso delle equazioni di I grado con esercizi
 - Introduzione delle equazioni di II grado
 - Caso $ax^2 + bx = 0$ (metodi del I grado)
 - esercizi
 - Caso $ax^2 = 0$ (annullamento del prodotto)
 - esercizi
 - Caso $ax^2 + c = 0$ (novità: radice)
 - esercizi
 - Infine equazione completa con formula risolutiva, Δ e casi vari

Coerenza

- Oggetti disciplinari inseriti in una rete di significati già elaborati
 - Relazioni matematiche
 - Richiami continui alla visione d'insieme della disciplina, del processo formativo, della società che attende gli studenti alla fine
- “questo è così perché poi vi servirà a studiare la tal cosa e a fare quest'altra cosa”

Concretezza

- Continui richiami ad oggetti concreti percepibili
- Schemi grafici
- Abitudine a pensare per immagini
- Esempio:
 - Il elementare, moltiplicazioni
 - L'insegnante ha fatto una moltiplicazione
 - Poi mostra il seguente schema per pochi secondi:



“Quante piastrelle avete visto?”

Molti bambini rispondono correttamente 81

Hanno contato quelle del lato del quadrato di piastrelle colorate ed hanno contato i quadrati uguali

Erano abituati ad attività di questo tipo

Hanno visualizzato: $(3 \times 3) \times (3 \times 3) = 81$

Mobilizzate diverse risorse intellettive (diverse intelligenze)

Grande tradizione di schemi e visualizzazioni concrete

La letteratura matematica tradizionale cinese è fatta soprattutto di raccolte di problemi tratti dalla pratica

Spesso sono pretesti o hanno numeri molto sospetti per provenire davvero dalla realtà

Si tratta di “numeri esempio”, quasi variabili

Schemi realistici si usano laddove noi preferiremmo delle formule

Esempi

Catasta di *Zhū Shìjié* (XIII sec.)

$$1+2=3;$$

$$1+2+3 = 6;$$

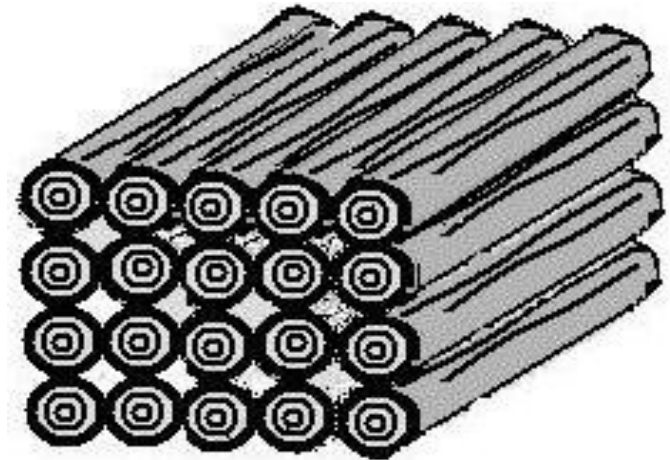
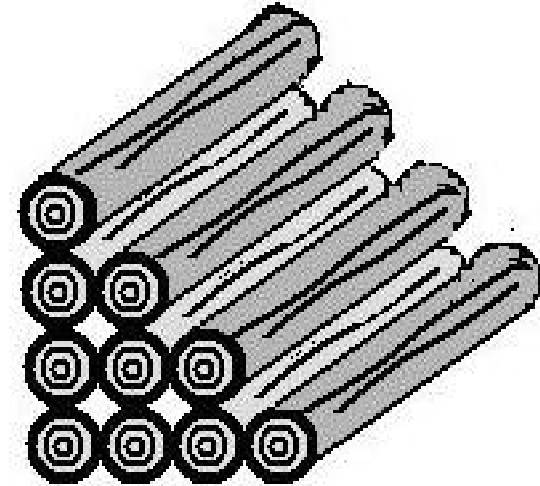
$$1+2+3+4 = 10, \dots$$

La formula:

$$1+2+3+\dots+n = n(n+1)/2$$

Si ottiene sovrapponendo alla
catasta una catasta uguale
ribaltata

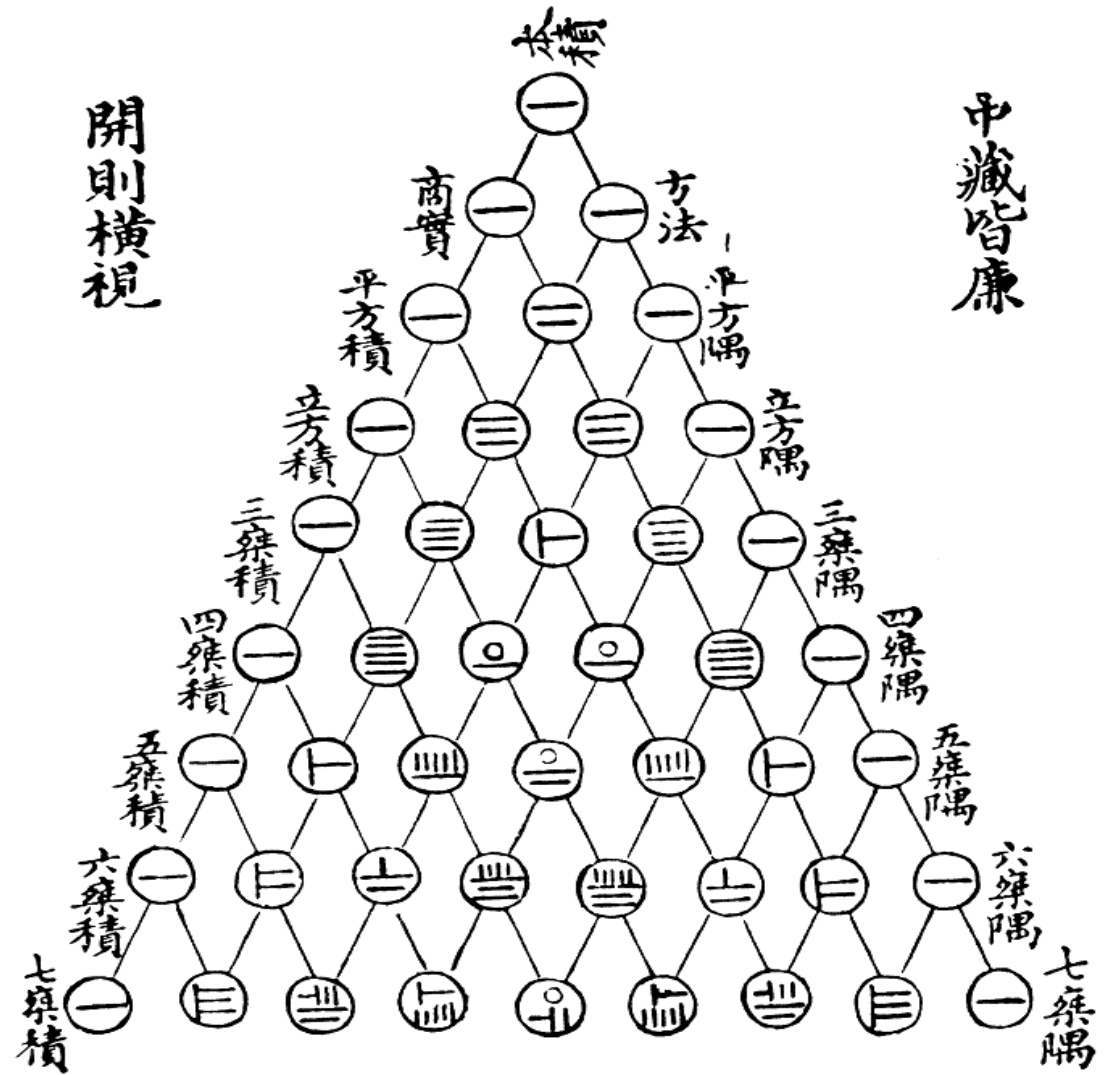
Metodo delle cataste



Schemi triangolari

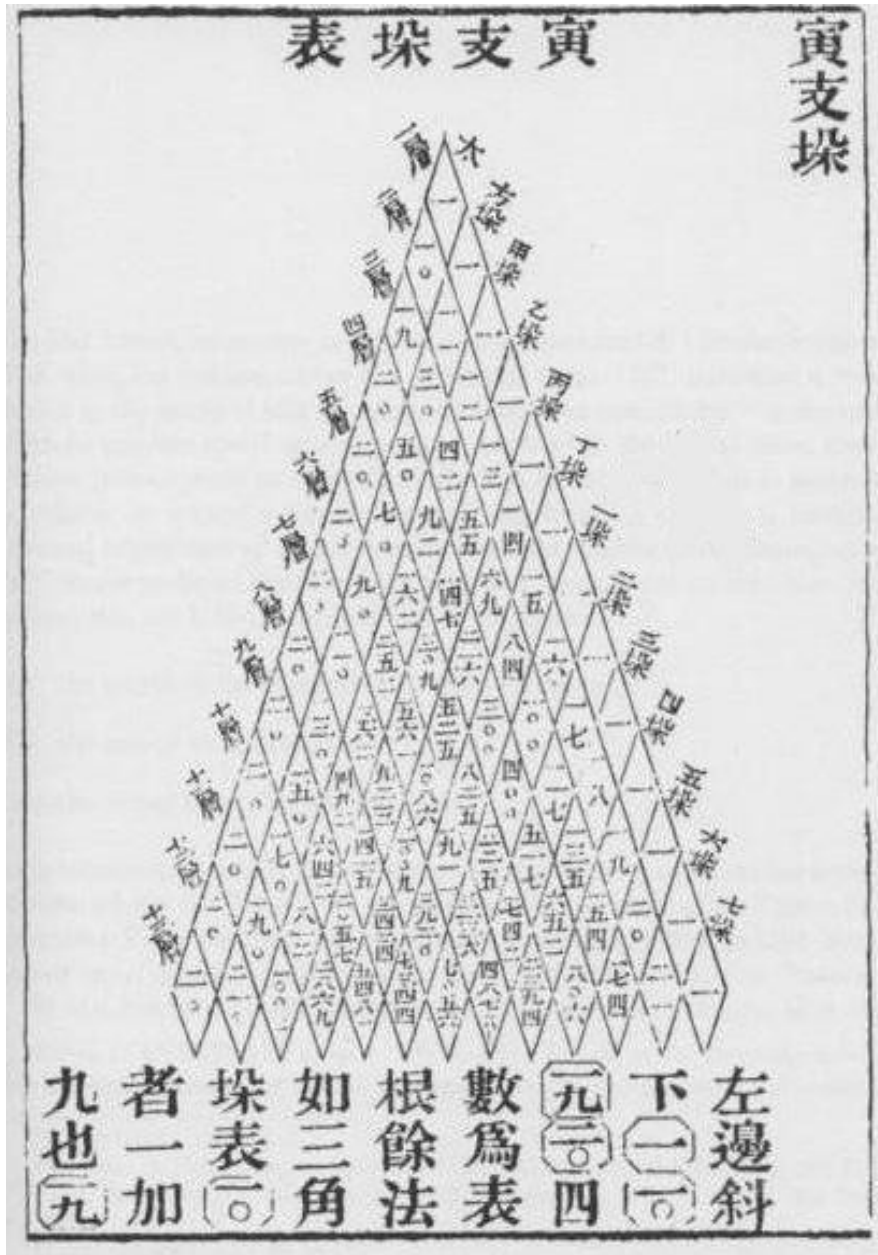
古法七乘方圖

Triangolo di Jiǎ Xiàn
(XI sec.)

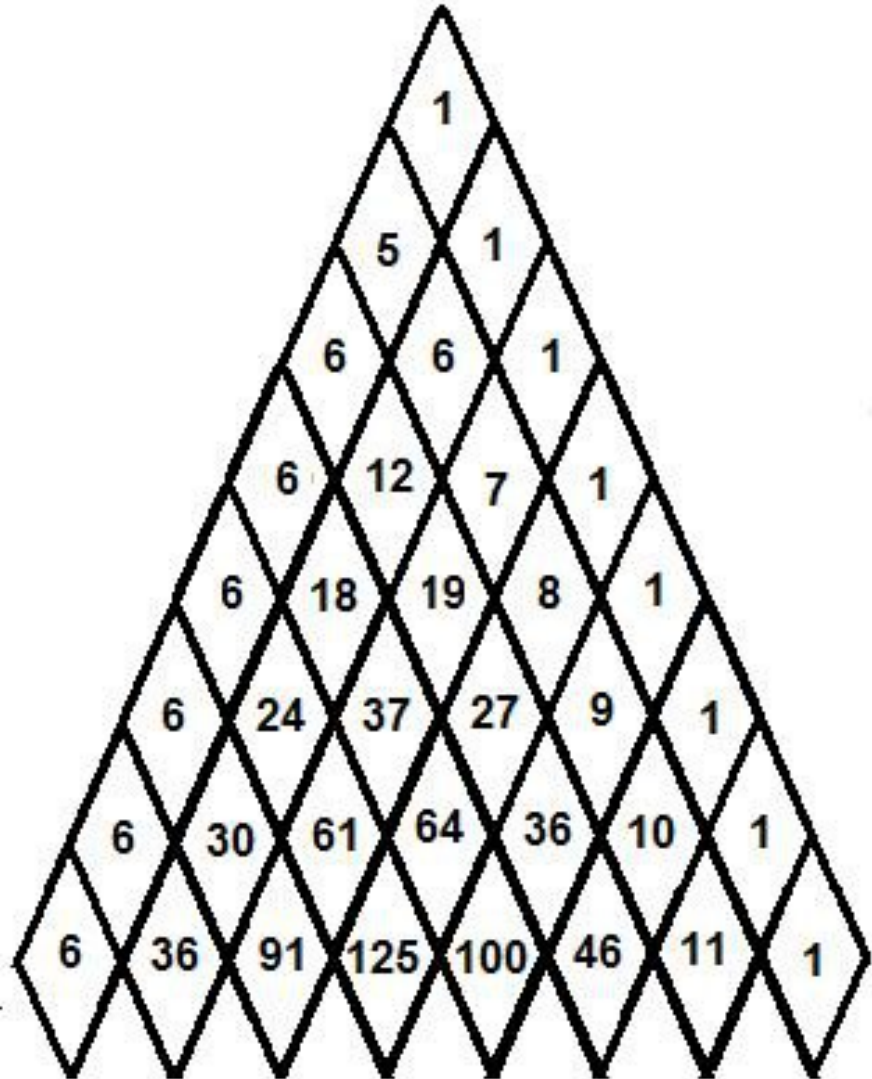


本積	方法	廉	廉	廉	廉	廉	廉	廉
----	----	---	---	---	---	---	---	---

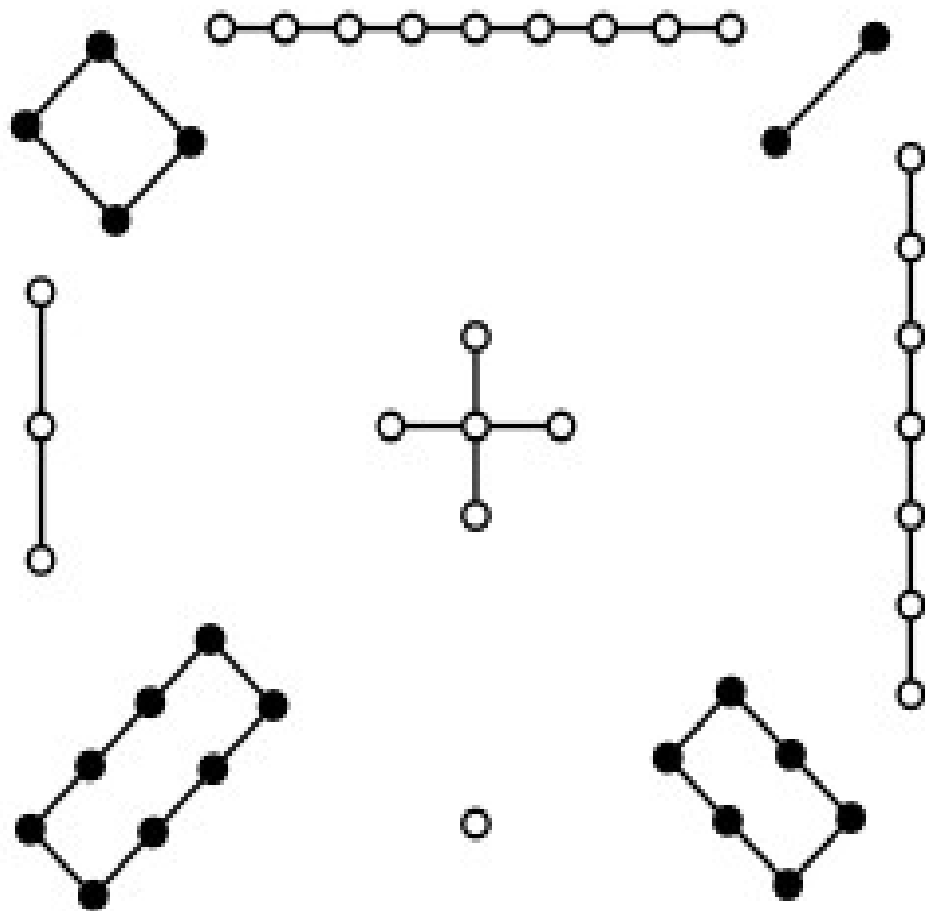
Triangoli di *Lǐ Shànlán* (XIX sec.)



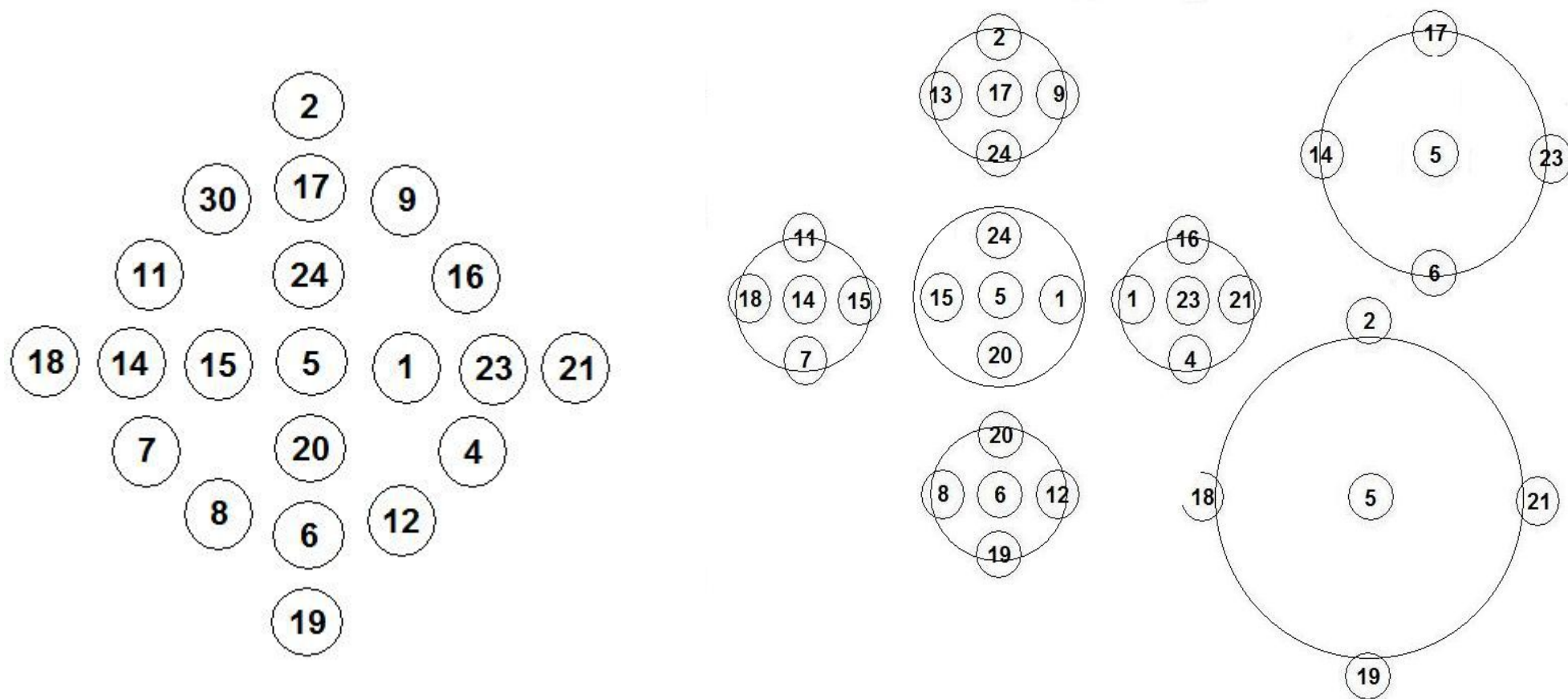
Cubi nella IV diagonale



Quadrati magici



Cerchi magici di *Yáng Huī* (XIII sec.)



La figura a sinistra è composta di cerchi i cui numeri hanno per somma sempre 65

Esercizi e significati

Per *Yáng Huī* ci vogliono 260 giorni per acquisire le competenze matematiche necessarie agli Esami di stato

Un giorno per capire un *metodo* e poi due mesi di esercizi per giungere al suo *significato* ed alle sue applicazioni e ricordarlo

<<Ma se si è compreso il *Metodo di addizione*, per la sottrazione si può verificare tutti gli esercizi sommando le differenze ai sottraendi

Ciò “riporta il metodo alle sue origini” e riduce i tempi di studio a soli 5 giorni>>

Esercizio ripetitivo e significati non sono contrapposti

Partecipazione corale alla lezione

- *Sociocentrismo* della personalità nelle culture “confuciane”
- Idea propugnata anche da psicologi cinesi
- L'individuo si costruisce in relazione al gruppo sociale di appartenenza, alla famiglia di origine, alla classe ed alla scuola che si frequenta, alla squadra sportiva in cui si gioca ed all'ente per cui si lavora
- Effettivamente i Cinesi vivono molto in gruppo, anche in Italia

Nelle varie attività

- Molto lavoro per squadre
- Agonismo di gruppi contrapposti
- Responsabilità personale verso il gruppo

Così un errore

- Responsabilità condivisa dal gruppo
- L'individua si vergogna di aver fatto fare brutta figura al suo gruppo
- La condivisione allevia il peso dell'errore sul singolo

L'errore come opportunità

Durante la correzione in classe dei compiti un errore è occasione di grande dibattito con tutta la classe:

“Hai fatto così? Forse credevi che fosse in questo modo? Non hai notato che qualcosa non andava? Chi sa come andava fatto?”

L'insegnante cerca di scoprire insieme alla classe l'origine degli errori esplicitando il più possibile gli equivoci e le misconcezioni

L'errore è la madre del successo

Grazie per l'attenzione

Scrivetemi

gg.nicosia@gmail.com

Bibliografia

- D'Amore B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.
- Hofstede G. (1980). *Culture's Consequences: International Differences in Work Related Values*, Beverly Hills: Sage.
- Hsu, F.L.K. (1981). *Americans & Chinese: Passage to difference* (3rd Ed.). Honolulu: University Press of Hawaii.
- Martzloff J.C. (1987). *Histoire des mathématiques chinoises*. Paris: Masson.
- Ministero della Pubblica Istruzione, Direzione Generale per gli Studi e la Programmazione e per i Sistemi Informativi (2008) *Alunni con Cittadinanza Non Italiana, Scuole statali e non statali, Anno scolastico 2006-2007*. Roma: RTI EDS Electronic Data Systems – Auselda AED Group - Accenture – Enel Servizi.
- Nicosia G.G. (2008). *Numeri e culture*. Trento: Erickson.
- Nicosia G.G. (2010). *Cinesi, scuola e matematica*. Morrisville: Lulu.com
- Nicosia G.G. (2012). *Matematica cinese per la scuola italiana*. In corso di pubblicazione.
- Omodeo M. (2009). *Numeri e misure*. In: Marigo M. e Omodeo M. (eds.) *Diecimila caratteri, il sistema scolastico in Cina*. Firenze: Quaderni COSPE.
- Ongini V. (2011). *Noi domani*. Bari: Laterza.
- Siu M. K. (2004) Official Curriculum in Mathematics in Ancient China: How Did Candidates Study for the Examination? In: Fan L., Wong N.-Y., Cai J., Li S. eds. (2004) *How Chinese Learn Mathematics*. Hackensack & London: World Scientific.
- Spagnolo F., Di Paola B. (2010) European and Chinese Cognitive Styles and their impact on Teaching Mathematics, In: *Studies in Computational Intelligence*. Berlino: Springer Verlag.
- Spagnolo F., Di Paola B. (2009) (Eds.), European and Chinese cognitive styles and their impact on teaching mathematics. *Studies in Computational Intelligence*. Springer.
- Spagnolo F. (2002), History and Ethno-Mathematics in the Interpretation of the process of learning/teaching, 13° ICMI Comparative Study Conference, University of Hong Kong, 20-25 October 2002.
- Spagnolo F. (1986) Sull'impostazione di certi metodi risolutivi dei problemi nella tradizione cinese. In: *L'insegnamento della Matematica*, vol. 9, n. 8, pp. 81-91.
- Wang T., Murphy J. (2004) An Examination of Coherence in a Chinese Mathematics Classroom. In: Fan L., Wong N.-Y., Cai J., Li S. eds. (2004) *How Chinese Learn Mathematics*. Hackensack & London: World Scientific.
- Wang Y. (2001) The Changing Educational Framework for the Teaching of Mathematics in China How the general educational system in China has changed, and an account of the current mathematics curriculum. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. Plymouth: Centre for Innovation in Mathematics Teaching.
- <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/journal/ywchinmt.pdf>